

TEORIA DOS CONJUNTOS: APONTAMENTOS.

Paulo de Tarso Salles

CMU/ECA-USP, 2008.

Os tratados de análise de música Pós-Tonal (ou seja, parte expressiva da produção musical feita a partir do século XX) em geral adotam a Teoria dos Conjuntos como procedimento metodológico padrão para a compreensão dos procedimentos adotados nesse tipo de música, que emprega agrupamentos de notas não-ordenados. Usa-se essa técnica analítica também para a música dodecafônica, onde se trabalha com conjuntos ordenados. Assim ela pode, em princípio, ser empregada na análise de música Pós-Tonal tendo por base o sistema de afinação temperada.

A Teoria dos Conjuntos oferece uma série de operadores que são uma alternativa lógica à ausência das hierarquias tradicionais do Sistema Tonal (fundamentado sobre as noções de tríade, campo harmônico, modulação, consonância e dissonância). Considerando que a noção de *intervalo* permaneceu importante para boa parte da produção musical do século XX, é importante conhecer e organizar as formas possíveis de combinação entre os intervalos.¹ A Teoria dos Conjuntos é possivelmente o procedimento mais simples e eficaz para analisar essas combinações, ou ao menos para oferecer um esquema organizado delas.

De início são apresentadas as bases desse método: a numeração de 0 a 11 das notas da escala cromática e a equivalência entre as oitavas, gerando a noção de *classe de altura* [*pitch class*, ou *pc*], onde as notas são consideradas como entidades discretas dentro do conjunto da escala temperada (Dó = 0, Dó# = 1, ..., Si = 11). Como consequência, têm-se a noção das *classes de intervalos* [*interval classes*, ou *ic*] que representam os intervalos pela distância em semitons. Assim, uma 3ª Maior, classificação oriunda da Teoria Tonal, passa a ser considerada como uma classe de intervalo |4| (quatro semitons a partir da nota Dó, que é a classe de altura |0|).

¹ Outra noção retida da teoria tradicional é a de *escala*, embora por vezes esse termo seja substituído por *coleção*. De qualquer forma, na música da 1ª metade do século XX, diversas escalas - além dos conhecidos modos Maior e menor - foram empregadas na organização harmônica de diversas obras significativas, tornando esse conceito uma consideração teórica importante. Assim como a própria noção de “modo” ou “escala”, em suas aplicações composicionais, não têm uma *ordenação* dos elementos (como é o caso do serialismo), a noção de “conjunto” ou “coleção” se torna ainda mais precisa por prescindir da *hierarquia* ou *centralidade* típicas do sistema Tonal e Modal. Mesmo assim, pode-se optar por analisar conjuntos *ordenados* ou *não-ordenados*.

De modo a compreender as possibilidades mais finitas do universo cromático, os subconjuntos possíveis são reduzidos à sua *ordem normal* [*normal order*] ou em sua *forma primária* [*prime form*]. Assim é obtida uma representação numérica de quaisquer subconjuntos da escala cromática, dispostos em uma tabela ordenada que permite uma referência rápida. Considerando de tricordes a nonacordes, Forte estabeleceu uma tabela com 220 formas primárias, às quais atribuiu um número de classificação, o FN (*Forte number*).²

Cada forma primária é agrupada de acordo com seu número cardinal, ou seja, pela quantidade de elementos de cada conjunto. O conjunto 3-1 é a primeira forma (cromática) do cardinal 3, ou seja, contém as classes de altura 0,1,2. A forma normal expressa assim a menor relação intervalar possível entre os elementos de um conjunto, sendo encontrada por meio da ordenação e permutação desses elementos. Já a forma primária é encontrada quando uma forma normal é ajustada para que seu elemento inicial seja o 0.

Uma boa forma de exercitar a compreensão sobre a numeração e ordenação dos conjuntos é tomar estruturas bem conhecidas como a escala diatônica (7-35) ou as tríades Maior e menor (3-11) para uma avaliação de suas propriedades intervalares (WILLIAMS, 1997, pp. 168-178).

A terminologia empregada é tomada de empréstimo da Matemática. Assim, um termo consagrado pela teoria musical como *som comum* será renomeado como *invariância*,³ etc. As aludidas manipulações com os intervalos são chamadas de *operadores*, dos quais os principais são: transposição (T), inversão (I) e multiplicação (M).⁴

Uma vez expostas essas noções básicas, passa-se a abordar as operações possíveis entre os diversos conjuntos.⁵

² Cf. FORTE, 1973, pp. 179-181. A tabela de Forte é adotada por todos os teóricos que empregam a Teoria dos Conjuntos. OLIVEIRA (1998) e STRAUS (1990) apresentam versões expandidas da tabela de Forte, onde estão incluídas as transposições da forma primária.

³ STRAUS (1990) mantém a nomenclatura original, neste caso, tratando as invariâncias como *sons comuns* às coleções.

⁴ O operador Multiplicação é apresentado em maiores detalhes por OLIVEIRA (1998, pp. 30-34). Destaca-se a transformação da escala cromática em ciclos de Quintas e de Quartas, através dos operadores M_7 e M_5 , respectivamente. Os operadores de transposição e inversão são mais comumente investigados nos tratados de FORTE (1973), STRAUS (1990), WILLIAMS (1997) e do próprio OLIVEIRA.

⁵ Doravante, os subconjuntos da escala cromática serão chamados de conjuntos, para serem tratados autonomamente e em relação a seus eventuais subconjuntos.

TRANSPOSIÇÃO

Esta operação é análoga à noção de transposição da teoria musical tradicional, ou seja, por meio de um fator intervalar se eleva ou abaixa todo um agrupamento de notas. Para a música pós-tonal é significativo avaliar se a transposição resultante apresenta sons comuns (invariâncias) e, em caso positivo, quantas invariâncias foram obtidas. Isso pode determinar a homogeneidade ou heterogeneidade do conteúdo harmônico, por meio de maior ou menor contraste em relação às classes de altura.

O número de invariâncias pode ser calculado a partir do *vetor intervalar*, em relação ao fator de transposição. O vetor intervalar é um conjunto de seis classes de intervalos [*interval classes*], que expressa todas as relações de intervalo em um conjunto de classes de altura.

INVERSÃO

O conceito de inversão também é análogo ao da teoria musical tradicional. Como se opera em módulo 12, a soma das inversões sempre será 12. Esse mesmo critério estabelece o fator (ou eixo) de inversão. Frequentemente uma forma normal é encontrada em relação de inversão.⁶

O cálculo das invariâncias é mais complicado neste caso (FORTE, 1973, pp. 38-46). Basicamente, constatada a ocorrência da inversão quando se busca a forma normal, buscase o fator de transposição (t). Forte afirma que qualquer operação de inversão implica em transposição, mas como às vezes o fator de transposição (t) é igual a zero, nem sempre isso fica evidente. Assim, essa operação baseia-se em um *duplo mapeamento*, onde um conjunto (a) é invertido (a') e transposto (x). Forte demonstra que o fator de transposição é obtido mediante a soma dos valores resultantes da transposição (x) pelo do conjunto inicial (a). Ou seja: $t = x + a$ (FORTE, 1973, p. 40).

Para encontrar o valor de t que resulte em *invariância completa* após inversão seguida de transposição, é necessário somar todos os valores do conjunto (FORTE, 1973, p. 41). Porém, há casos onde não ocorre uma invariância completa. Aí fala-se em *máxima*

⁶ As tríades Maior e menor, por exemplo, são ambas expressas pelo conjunto 3-11: [0,3,7], denotando sua relação de inversão.

invariância, em número menor que a completa. O cálculo de t é obtido novamente pela soma dos elementos do conjunto, sendo o valor igual ao do número obtido mais vezes.

Como exemplos, Forte oferece o conjunto $[0,1,2,3]$ onde a soma dos elementos é: $0+0; 0+1; 0+2; 0+3; 1+1; 1+2; 1+3; 2+2; 2+3; 3+3$. Para invariância completa, a escolha óbvia é $t=3$. No conjunto $[0,1,2,5]$ não ocorre invariância completa: $0+0; 0+1; 0+2; 0+5; 1+1; 1+2; 1+5; 2+2; 2+5; 3+5$. O número 2 resulta duas vezes ($0+2$ e $1+1$), portanto a invariância máxima é obtida com $t=2$.

Alguns conjuntos apresentam diferenças significativas quanto às invariâncias obtidas (ou ausentes) por transposição e por inversão mais transposição. Forte observa que o vetor de 4-Z29 $[0,1,3,7]$ é $[111111]$, ou seja, qualquer valor de t resultaria em uma invariância por transposição. Mas a inversão desse conjunto $[0,11,9,5]$ por um valor que não seja encontrado nas somas dos elementos do conjunto original (por exemplo, $t=5$) resulta em não-invariância completa.⁷ Há também casos em que a inversão pode resultar em número maior de invariâncias que a transposição simples, como no conjunto 4-4 (FORTE, 1973, p. 42).

CONJUNTOS DE RELAÇÃO Z

As relações intuitivas entre os conjuntos se dão mediante os conceitos de transposição, inversão ou mesmo de inclusão. Mas há conjuntos que apresentam o mesmo vetor intervalar sem no entanto apresentar as relações acima, como por exemplo os tetracordes 4-Z15 e 4-Z29, cujo vetor é $[111111]$. Tal relação é chamada de *Relação Z*, sem que haja um significado especial para o Z. há um par de tetracordes, três pares de pentacordes e quinze pares de hexacordes sob essa relação (STRAUS, 1990, p. 67).

MULTIPLICAÇÃO

Operador não discutido por Forte nem por Straus, a multiplicação merece maior atenção por parte de Oliveira (1998). A aplicação do operador *multiplicação* sobre as classes de altura da escala diatônica (conjunto 7-35, segundo a numeração de FORTE, 1973) resulta em algumas entidades harmônicas significativas para a música do Ocidente. Neste caso, os índices de multiplicação (M_1, M_2 , etc.) se organizam simetricamente em

⁷ FORTE (1973, p. 40) comenta esse caso, mas não o demonstra como é feito aqui. Mas ele remete a um exemplo dado à p. 10 (trecho de *The Unanswered Question*), onde duas formas do 4-Z29 ($[7,11,1,2]$ e $[9,10,0,4]$) não apresentam invariância.

torno do trítono (M_6), indo da escala diatônica até os dois heptacordes cromáticos complementares.⁸

Conjuntos (<i>sets</i>)	Número de FORTE (FN)	Classes de altura (<i>pitch classes</i>)							
		0	1	3	5	6	8	10	
M_1 : escala diatônica	7-35	0	1	3	5	6	8	10	
M_2 : tons inteiros	6-35	0	2	6	10	0	4	8	
M_3 : tétrade diminuta	4-28	0	3	9	3	6	0	6	
M_4 : tríade aumentada	3-12	0	4	0	8	0	8	4	
M_5 : escala cromática: heptacorde 1	7-1	0	5	3	1	6	4	2	
M_6 : trítono		0	6	6	6	0	0	0	
M_7 : escala cromática: heptacorde 2	7-1	0	7	9	11	6	8	10	
M_8 : tríade aumentada	3-12	0	8	0	4	0	4	8	
M_9 : tétrade diminuta	4-28	0	9	3	9	6	0	6	
M_{10} : tons inteiros	6-35	0	10	8	2	0	8	4	
M_{11} : escala diatônica (inversão)	7-35	0	11	9	7	6	4	2	
Mapeamentos do operador M (<i>multiplicação</i>) sobre a coleção diatônica (7-35).									

O operador M_{11} é um operador de inversão, de acordo com a delimitação do universo cromático em módulo 12 (OLIVEIRA, 1998, p. 31). Vê-se assim que a escala diatônica é mapeada para si própria em um conjunto invertido de classes de altura, ao ser multiplicada por esse fator.

A escala diatônica é uma entidade harmônica simétrica, se observarmos a constituição de seus tetracordes: [0,1,3,5] e [5,6,8,10], cujas distâncias intervalares têm o mesmo padrão: 1-2-2.⁹ A simetria resultante dos fatores de multiplicação acima apenas reproduz e amplifica a simetria inicial latente da própria escala. Da mesma forma, as entidades harmônicas resultantes (escala de tons inteiros, acordes diminuto e aumentado, trítono e escala cromática) são estruturas com simetria interna.

SUBCONJUNTOS

As operações com subconjuntos são importantes para o estabelecimento de relações entre conjuntos aparentemente disparatados. No prelúdio *La Cathédrale engloutie* (Livro I, nº 10), Debussy explora a interação entre conjuntos de tricordes, tetracordes, pentacordes, hexacordes e heptacordes por meio desse tipo de relação.

⁸ Complementares no sentido em que ambos heptacordes se complementam para formar a escala cromática. O heptacorde 7-1 tem papel importante no início da *Sonata para dois pianos e percussão* de Bartók (STRAUS, 1990, pp. 104-105).

⁹ FORTE (1973) chama essa maneira de categorizar a disposição intervalar de *padrão intervalar básico*, ou *bip (basic interval pattern)*.

COMPLEMENTARIDADE

Os cardinais cuja soma é 12 são *complementares*, assim, curiosamente, as coleções pentatônica (5-35) e diatônica (7-35) são complementares entre si, pois a ordenação dos conjuntos de classes de altura na tabela de Forte dispõe os conjuntos de acordo com esse critério. Alguns hexacordes são complementares a si próprios, não sendo emparelhados na tabela.

A complementaridade ocorre também entre versões transpostas ou invertidas do mesmo conjunto de classes de altura, significando que essas versões complementam-se para formar o total cromático.

Outra propriedade associada à noção de complemento é a *similaridade*, a qual é observada tanto em classe de alturas (pc) como classe de intervalos (ic). A similaridade de classe de intervalos é mais significativa e pressupõem uma invariância máxima (4 vetores) que pode ser dos tipos R_1 ou R_2 (FORTE, 1973, pp. 46-60; 80-81).¹⁰

SEGMENTAÇÃO

Ao empreender uma análise por meio da Teoria dos Conjuntos, é importante proceder segundo uma metodologia que resulte em uma segmentação eficaz dos conjuntos escolhidos. Certas estruturas convencionais tais como figurações rítmicas, segmentações naturais (trechos entrecortados por pausas ou unidos por ligadura de expressão, por exemplo), padrões de ostinato e acordes, podem ser designados como *segmentos primários*.

Mas a música atonal não é estruturada apenas no nível mais obviamente superficial, por isso se considera outras possibilidades técnicas de gerar conjuntos, como a *imbricação*, ou seja, a “extração sistemática de subcomponentes de alguma configuração” (FORTE, 1973, pp. 83-84).¹¹ A técnica de imbricação gera assim uma interação entre segmentos primários que são chamados de *segmentos compostos*.

A maneira como Allen Forte procede em suas análises baseia-se na segmentação e classificação dos conjuntos. Os conjuntos são denominados segundo a tabela de cardinais e

¹⁰ Essa propriedade no entanto sequer é comentada por Straus (1990) ou Oliveira (1998), nem ocorre em outros textos do próprio Forte, dando a entender que suas relações são um tanto frouxas.

¹¹ A definição dada ao termo “imbricação” pelo *Dicionário Aurélio* é esclarecedora: “disposição que apresentam certos objetos quando se sobrepõem parcialmente uns aos outros, como as telhas de um telhado ou as escamas do peixe”.

expressos em sua forma normal, entre colchetes, sendo os integrantes do conjunto separados por vírgulas. Por exemplo: 4-7: [8,9,0,1].¹² A forma primária é usada principalmente para demonstrar as operações, mas não (ou menos freqüentemente) em demonstrações analíticas.

COMPLEXOS DE CONJUNTOS

Em artigo de 1964 e na segunda parte de *The Structure of Atonal Music* (1973), Forte desenvolveu a teoria dos *complexos de conjuntos* Kh, os quais envolvem as relações recíprocas de interação entre conjuntos e seus complementos. Relações mais simples, envolvendo inclusão parcial entre conjuntos e complementos são chamadas de K. A representação dos complexos é feita em função desse tipo de avaliação em seções ou mesmo movimentos inteiros de obras musicais, desvendando as relações de inclusão.

GENERA

A classificação dos conjuntos e subconjuntos pode ser feita por meio de “famílias” de *genus* formados segundo critérios de “espécies” de materiais musicais. Forte (1988) oferece uma classificação desse tipo, organizando o sistema temperado a partir de tricordes de diferentes espécies. Os tricordes formam a base desse sistema de classificação, seguidos sucessivamente por tetracordes, pentacordes e hexacordes. As demais formações cardinais são complementares, preservando as mesmas propriedades de seus complementos.¹³

A tipologia de Forte apresenta 12 tipos de *genus*, agrupados segundo seu grau de parentesco em *supragenus* (FORTE, 1988, p. 201).

¹² Todavia não há consenso quanto a formatação da análise. Joseph Straus (1990) apresenta as coleções sem vírgulas e entre parênteses, adotando ainda as letras T e E para os números 10 e 11, respectivamente. Por exemplo: 6-35: (02468T). A tabela das classes de conjuntos fornecida por Straus (1990, pp. 180-183) baseia-se livremente na de Forte, alterando a ordem de apresentação dos pares complementares de conjuntos.

¹³ As proposições iniciais da Teoria dos Conjuntos (FORTE, 1973) são consideravelmente refinadas na apresentação dos *genera* (FORTE, 1988), conforme observa LATHAM (1997). Já em 1985 Forte anunciava uma nova fase, mais sofisticada, em relação à segmentação analítica da Teoria dos Conjuntos (LATHAM, 1997, § 11).

	Genus	Tipo	Progenitor	Contagem tri/tetra/penta/hexa	Total
SUPRA I	1	Atonal	3-5	1/9/24/29	63
	2	Tons-inteiros	3-8	1/9/24/30	64
	3	Diminuto	3-10	1/5/16/21	43
	4	Aumentado	3-12	1/2/8/9	20
SUPRA II	5	Croma	3-1 e 3-2	2/2/10/15	29
	6	Semicroma	3-2 e 3-3	2/3/16/24	45
	7	Croma-dia	3-2 e 3-7	2/3/15/25	45
SUPRA III	8	Atonal	3-3 e 3-4	2/3/15/21	41
	9	Atonal-atonal	3-3 e 3-11	2/3/15/21	41
	10	Atonal-atonal	3-4 e 3-11	2/3/15/21	41
SUPRA IV	11	Dia	3-7 e 3-9	2/2/10/15	29
	12	Dia-tonal	3-7 e 3-11	2/3/16/24	45

Assim como em *The structure of atonal music*, Forte oferece uma relação completa dos conjuntos que integram cada *genus* e *supragenus* no apêndice do artigo (FORTE, 1988, pp. 264-266), possibilitando rápida referência.

CADEIAS DE KLUMPENHOUWER (K-NETWORKS)

David Lewin e Henry Klumpenhouwer descobriram uma espécie de relação entre os conjuntos denominada como *K-networks* [cadeias-K], onde os operadores Transposição (T) e Inversão (I) integram conjuntos de classes de altura diferentes, mas com significativa *isografia* entre si. As isografias são visíveis a partir das cadeias de relações intervalares formadas pelo cruzamento dos operadores T e I de cada conjunto (LEWIN, 1990, pp. 114-115):

Qualquer cadeia que utilize operações T ou I para interpretar inter-relações entre conjuntos de classes de alturas, será chamada de *Klumpenhouwer Network* [Cadeia de Klumpenhouwer] (LEWIN, 1990, p. 84).

Nos esquemas abaixo (fig. 1) Lewin apresenta algumas cadeias-K feitas a partir do acorde inicial do Op. 19/6 de Schoenberg:

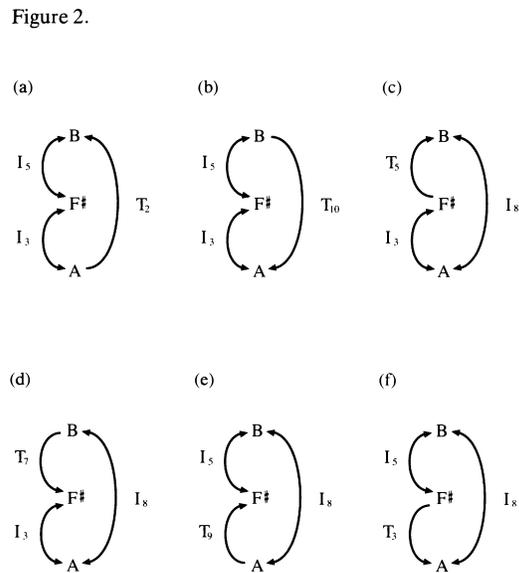
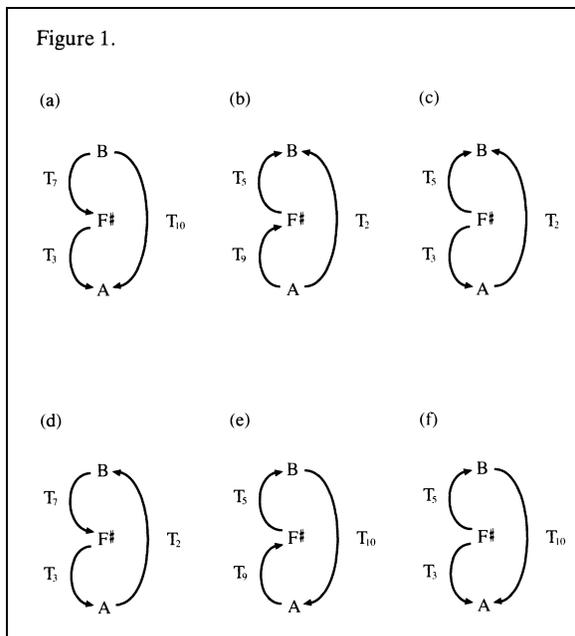


Fig. 1: duas ilustrações extraídas de LEWIN (1990, pp. 84-85): a primeira, à esquerda, mostra as relações de transposição em várias *cadeias-K* sobre o acorde inicial do Op. 19/6 de Schoenberg, por meio da permutação dos sentidos entre os integrantes; a segunda mostra o cruzamento dos operadores T e I, gerando outras cadeias-K.

Por meio do operador I, Klumpenhouwer demonstrou que dois acordes de classes de altura diferentes (3-7 e 3-9), situados no início e no compasso 5 do Op. 19/6 de Schoenberg apresentam isografia, como é ilustrado pela fig. 2:

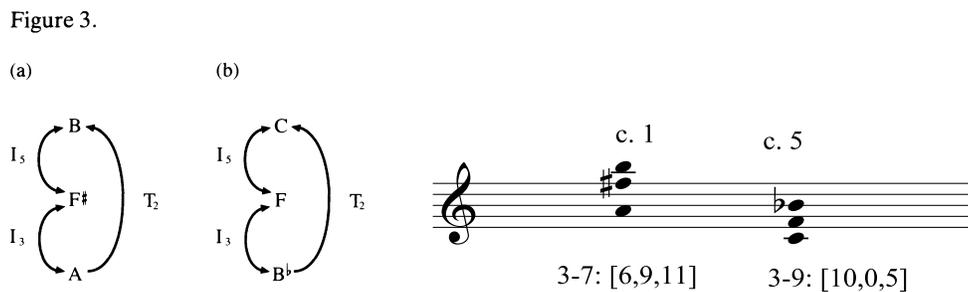


Fig. 2: relação entre dois conjuntos de classe de altura diferentes, observável segundo seus gráficos de Cadeia-K (LEWIN, 1990, p. 85).

Apesar de uma certa resistência ao emprego da Teoria dos Conjuntos como ferramenta analítica – afinal isso implica na aquisição de uma série de novos códigos e sistemas notacionais – pode-se observar que a análise de obras atonais a partir desses termos é expressa de maneira discreta e objetiva, principalmente quando se abandona uma

nomenclatura híbrida entre os sistemas modal, tonal e suas variantes.¹⁴ A própria noção de um *pandiatonalismo*¹⁵ supõe que a ausência de uma hierarquia entre as coleções escalares requer uma nomenclatura que contemple essa concepção diferenciada do material harmônico.¹⁶

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COOK, N. *A guide to musical analysis*. New York: Norton, 1987.

FORTE, A. A theory of set-complexes for music. In: *Journal of Music Theory*, v. 8, n. 2., 1964.

_____. *The structure of atonal music*. New Haven: Yale UP, 1973.

_____. Pitch-class set analysis today. In: *Music analysis*, v. 4, n. 1/2, pp. 29-58, 1985.

_____. Pitch-class set genera and the origin of the modern harmonic species. In: *Journal of Music Theory*, v. 32, n. 2, pp. 187-270, Fall 1988.

HAIMO, E. Atonality, Analysis, and the Intentional Fallacy. In: *Music Theory Spectrum* 18.2, pp. 167-199, Fall 1996.

KERMAN, J. *Musicologia*. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

LATHAM, E. Review of Haimo's article "Atonality, Analysis, and the Intentional Fallacy". In: *Music theory online*, v. 3.2, 1997, disponível no endereço eletrônico: <<http://mto.societymusictheory.org/issues/mto.97.3.2/mto.97.3.2.latham.html>>.

LEWIN, D. Klumpenhouwer networks and some isographies that involve them. In: *Music Theory Spectrum*, v. 12, n. 1, pp. 83-120, 1990.

OLIVEIRA, J. P. *Teoria analítica da música do século XX*. Lisboa: Calouste Gulbekian, 1998.

PERLE, G. Pitch-class set analysis: an evaluation. In: *Journal of Music Theory*, v. 8, n. 2, pp. 151-172, 1990.

STRAUS, J. *Introduction to post-tonal theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1990.

WEYL, H. *Simetria* [1952]. São Paulo: Edusp, 1997.

WILLIAMS, K. *Theories and analyses of twentieth-century music*. Harbor Drive, Orlando (FL): Harcourt Brace, 1997.

¹⁴ Apesar de bem aceita pela musicologia americana, a teoria de Forte recebeu críticas de peso, como em HAIMO (1996) e PERLE (1990).

¹⁵ WILLIAMS (1997, pp. 185-186) observa que o *pandiatonalismo* ocorre quando "algumas passagens [...] claramente baseadas em uma coleção diatônica [...] permanecem com tonalidade ambígua porque nenhum grau da escala pode ser identificado como tônica".

¹⁶ STRAUS (1990, pp. 89-93) discute a questão da terminologia adequada ao repertório atonal.

APÊNDICE: TABELA DAS FORMAS PRIMÁRIAS E VETORES DOS CONJUNTOS DE CLASSE DE ALTURA, POR ALLEN FORTE

Apêndice 1: Formas Primárias e Vetores dos Conjuntos de Classe de Alturas

FORTE, A. *The Structure of atonal music*. New Haven: Yale UP, 1973

	Name	Pcs	Vector		Name	Pcs	Vector
	3-1(12)	0,1,2	210000		9-1	0,1,2,3,4,5,6,7,8	876663
	3-2	0,1,3	111000		9-2	0,1,2,3,4,5,6,7,9	777663
	3-3	0,1,4	101100		9-3	0,1,2,3,4,5,6,8,9	767763
	3-4	0,1,5	100110		9-4	0,1,2,3,4,5,7,8,9	766773
	3-5	0,1,6	100011		9-5	0,1,2,3,4,6,7,8,9	766674
	3-6(12)	0,2,4	020100		9-6	0,1,2,3,4,5,6,8,10	686763
	3-7	0,2,5	011010		9-7	0,1,2,3,4,5,7,8,10	677673
	3-8	0,2,6	010101		9-8	0,1,2,3,4,6,7,8,10	676764
	3-9(12)	0,2,7	010020		9-9	0,1,2,3,5,6,7,8,10	676683
	3-10(12)	0,3,6	002001		9-10	0,1,2,3,4,6,7,9,10	668664
triades M-m →	3-11	0,3,7	001110		9-11	0,1,2,3,5,6,7,9,10	667773
	3-12(4)	0,4,8	000300		9-12	0,1,2,4,5,6,8,9,10	666963
	4-1(12)	0,1,2,3	321000		8-1	0,1,2,3,4,5,6,7	765442
	4-2	0,1,2,4	221100		8-2	0,1,2,3,4,5,6,8	665542
	4-3(12)	0,1,3,4	212100		8-3	0,1,2,3,4,5,6,9	656542
	4-4	0,1,2,5	211110		8-4	0,1,2,3,4,5,7,8	655552
	4-5	0,1,2,6	210111		8-5	0,1,2,3,4,6,7,8	654553
	4-6(12)	0,1,2,7	210021		8-6	0,1,2,3,5,6,7,8	654463
	4-7(12)	0,1,4,5	201210		8-7	0,1,2,3,4,5,8,9	645652
	4-8(12)	0,1,5,6	200121		8-8	0,1,2,3,4,7,8,9	644563
	4-9(6)	0,1,6,7	200022		8-9	0,1,2,3,6,7,8,9	644464
	4-10(12)	0,2,3,5	122010		8-10	0,2,3,4,5,6,7,9	566452
	4-11	0,1,3,5	121110		8-11	0,1,2,3,4,5,7,9	565552
	4-12	0,2,3,6	112101		8-12	0,1,3,4,5,6,7,9	556543
	4-13	0,1,3,6	112011		8-13	0,1,2,3,4,6,7,9	556453
	4-14	0,2,3,7	111120		8-14	0,1,2,4,5,6,7,9	555562
	4-Z15	0,1,4,6	111111		8-Z15	0,1,2,3,4,6,8,9	555553
	4-16	0,1,5,7	110121		8-16	0,1,2,3,5,7,8,9	554563
	4-17(12)	0,3,4,7	102210		8-17	0,1,3,4,5,6,8,9	546652
	4-18	0,1,4,7	102111		8-18	0,1,2,3,5,6,8,9	546553
	4-19	0,1,4,8	101310		8-19	0,1,2,4,5,6,8,9	545752
	4-20(12)	0,1,5,8	101220		8-20	0,1,2,4,5,7,8,9	545662
	4-21(12)	0,2,4,6	030201		8-21	0,1,2,3,4,6,8,10	474643
	4-22	0,2,4,7	021120		8-22	0,1,2,3,5,6,8,10	465562
	4-23(12)	0,2,5,7	021030		8-23	0,1,2,3,5,7,8,10	465472
	4-24(12)	0,2,4,8	020301		8-24	0,1,2,4,5,6,8,10	464743
	4-25(6)	0,2,6,8	020202		8-25	0,1,2,4,6,7,8,10	464644
	4-26(12)	0,3,5,8	012120		8-26	0,1,2,4,5,7,9,10	456562
	4-27	0,2,5,8	012111		8-27	0,1,2,4,5,7,8,10	456553
	4-28(3)	0,3,6,9	004002		8-28	0,1,3,4,6,7,9,10	448444 ← coleção ocatônica
	4-Z29	0,1,3,7	111111		8-Z29	0,1,2,3,5,6,7,9	555553
	5-1(12)	0,1,2,3,4	432100		7-1	0,1,2,3,4,5,6	654321
	5-2	0,1,2,3,5	332110		7-2	0,1,2,3,4,5,7	554331
	5-3	0,1,2,4,5	322210		7-3	0,1,2,3,4,5,8	544431
	5-4	0,1,2,3,6	322111		7-4	0,1,2,3,4,6,7	544332
	5-5	0,1,2,3,7	321121		7-5	0,1,2,3,5,6,7	543342
	5-6	0,1,2,5,6	311221		7-6	0,1,2,3,4,7,8	533442
	5-7	0,1,2,6,7	310132		7-7	0,1,2,3,6,7,8	532353
	5-8(12)	0,2,3,4,6	232201		7-8	0,2,3,4,5,6,8	454422
	5-9	0,1,2,4,6	231211		7-9	0,1,2,3,4,6,8	453432
	5-10	0,1,3,4,6	223111		7-10	0,1,2,3,4,6,9	445332
	5-11	0,2,3,4,7	222220		7-11	0,1,3,4,5,6,8	444441

